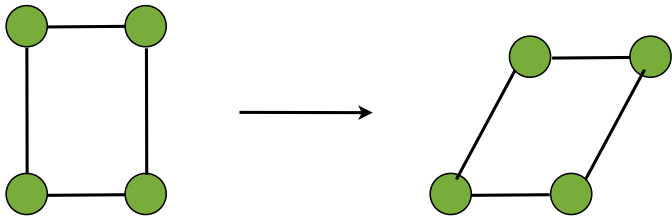


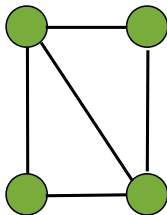
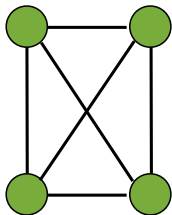
Rigide ou déformable ?

IREM Nice, Hippocampe - Janvier 2012

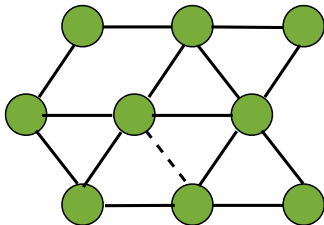
Avez-vous déjà construit une étagère ... sans mettre un croisillon derrière ?



Avec le croisillon, elle ne se déforme plus ! Mais un demi-croisillon aurait peut-être suffi ?

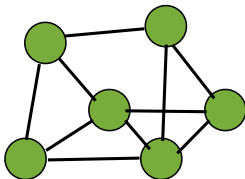
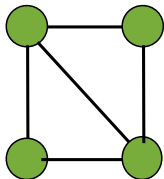


Avec 4 boules, on comprend ce qui se passe. Et cet assemblage, est-il rigide ou déformable ? Et si on enlève la barre pointillée ?



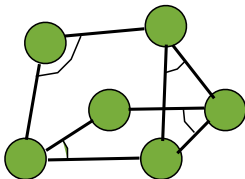
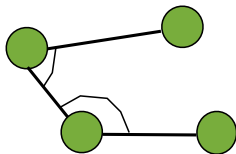
Faites une expérience ! Bien sûr, on aimerait pouvoir répondre à la question sans faire l'expérience à chaque fois...

L'étagère avec un demi-croisillon est rigide, tant que l'on reste en deux dimensions... Mais elle est déformable en trois dimensions. L'assemblage de droite est-il rigide ou déformable ?



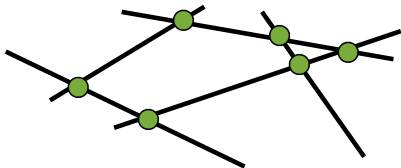
Là aussi, on aimerait pouvoir répondre à la question sans faire l'expérience à chaque fois...

On complique un petit peu la question : maintenant, en plus des longueurs des barres, les angles entre deux barres voisines sont aussi fixés.



Etant donné un assemblage, on voudrait savoir s'il est rigide ou déformable; en 2D, en 3D... On peut mélanger des angles fixés et d'autres qui ne le sont pas...

Un autre problème relié aux précédents : les pivots



On reste en deux dimensions... Chaque croisement est un pivot, autour duquel les barres peuvent tourner. La question est toujours : l'assemblage est-il rigide ou déformable ?

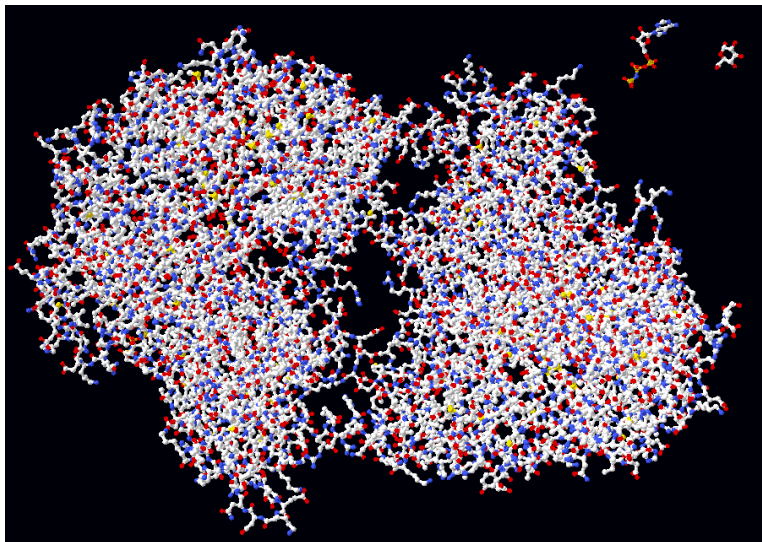
Pourquoi s'intéresser à cela ?

- Parce que c'est un beau problème : réponse suffisante pour un mathématicien.
- Parce que cela peut être important pour des problèmes de construction (pas uniquement d'étagères)
- Si on pense maintenant aux boules comme à des atomes, et aux barres comme à des liaisons chimiques, on voit que le concept de rigidité peut s'appliquer à des structures microscopiques
- Récemment, des physiciens ont cherché à comprendre de cette façon les protéines

Une application : rigidité des protéines

- Les protéines sont des grosses molécules biologiques.
Molécule = atomes liés entre eux par des liaisons chimiques.
- Les protéines remplissent toutes sortes de fonction : elles forment la structure des cellules, elles transportent d'autres molécules, elles facilitent des réactions chimiques...
- Les protéines ont des structures compliquées...

Un exemple (les atomes sont représentés par des boules et les liaisons chimiques par des liens) :



Rigidité des protéines

Une idée pour simplifier l'étude de ces structures compliquées (Michael Thorpe Arizona State University, Etats-Unis) : on oublie la nature des atomes (carbone, oxygène, hydrogène...) et des liens entre eux (liaison chimique, ou autre), et on remplace tout par des boules et des liens, qui fixent des distances et des angles.

- la structure obtenue est-elle rigide ou déformable ?
- si elle est déformable, quelles sont les déformations possibles ?

Bien sûr, pour faire cela, il faut des outils mathématiques pour étudier la rigidité de structures faites de milliers de boules et de liens.

Questions

La présentation est assez vague : que veut dire vraiment "rigide" ou "déformable" ?

On a bien un idée générale de ce qui se passe : en gros, plus il y a de liens, et plus c'est rigide; là encore, ce n'est pas très précis...

→ Première étape : essayer de mettre le doigt sur ce qu'on ne comprend pas bien, et se poser des questions précises.

Ces questions pourront bien sûr être modifiées au fur et à mesure de vos progrès...

Quelques pistes de recherche

- Le fait qu'un assemblage est rigide dépend-il seulement de sa composition (nombre de boules, et nombre de liens ou autres) ? Ou deux assemblages de même composition mais agencés différemment peuvent se comporter différemment : un rigide et un déformable par exemple ?
- Etant donné un assemblage de boules et de liens, peut-on savoir s'il est rigide ou déformable autrement que par "l'expérience", à partir de sa composition ?
- Même question pour un assemblage avec des plaquettes. Ou avec des pivots.
- Mêmes questions en dimension 2 pour les assemblages de boules et liens (et plaquettes éventuellement).
- Quelle est l'influence de la dimension (1, 2, 3, plus...) ?