Stage Hippocampe : Pliages de papier

Voici quelques notes préliminaires et informelles pour l'exposé initial du stage.

Matériel: grandes feuilles de papier, chou romanesco, pomme de pin, chou-fleur.

1. On plie une feuille de papier, toujours dans le même sens, puis on déplie : codage des plis en ^ et v
étape 1: v
 " 2: vv^
 " 3 : vv^vv^^
Que se passe-t-il si on code un grand nombre de fois? Que voit-on à l'étape n? Est-ce que ça a un sens d'aller à l'infini?

2. On plie la feuille, puis on déplie à angle droit.
--le faire
--qu'observe-t-on?
--où va-t-on à l'étape n?
--peut-on décrire le codage en NSEO? Lien avec le précédent?

Quelques idées:
--passer en complexes
--essayer d'écrire facilement l'étape n et en particulier l'extrémité de la courbe à l'étape n.
--est-ce qu'il y a une forme limite à l'infini? Qu'est-ce que ça veut dire?
--utiliser des ordinateurs

Quelques autres questions:
--que ce passe-t-il si on ne plie pas toujours dans le même sens?
--Si on ne tourne pas à angle droit?
--Est-ce qu'on remplit le plan avec ce type de formes? (soit C, soit Z^2 suivant ce qu'on considère)
--est-ce que la courbe se recoupe?

3. D'autres formes limites

L'ensemble de Cantor:
--définition
--expression arithmétique (écriture en base 3)
--auto-similarité
--quelle dimension? Dimension de similarité. Comment mesurer une dimension? (dimension de Hausdorff, dimension de boîte)

Variation sur Cantor: prendre le cinquième du milieu, ou une autre proportion, ou une proportion variable, ou plusieurs morceaux.

Autres exemples: la courbe de Von Koch; Est-ce bien une courbe? mais alors,

quelle est sa longueur? Le tapis de Serpinski. Quelle est son aire? Peut-on les dessiner?

Idée : utiliser un ordinateur; peut-on partir d'un ensemble, et en faire des répliques de plus en plus petites? Est-ce que, pour une recette donnée, le point de départ change quelque chose? (fabriquer une suit d'ensembles E_n et chercher si elle a une limite en un sens raisonnable)

4. Ensemble fractals

Tentative de définition : la dimension de Hausdorff n'est pas la dimension "normale".

Une remarque générale sur les mathématiques: les fractals ont été inventés comme "monstres" pour des problèmes d'analyse délicats (premier cas: l'ensemble de Cantor). A l"époque, ces monstres étaient des objets bizarres, réservés à certains mathématiciens déviants; des grands mathématiciens les qualifiaient de "plaie lamentable"; personne n'aurait pensé à en parler à d'autres scientifiques, et évidemment encore moins au grand public. Depuis, on les voit partout (Choux-fleur, chou Romanesco, nuages, poumons, rivières, côtes...). Il en est de même de bien des phénomènes: tant qu'on ne les connaît pas, on ne les voit pas; quand on les connaît, on les voit partout: hélices sur les pomme de pin, sur les ananas, sur le chou Romanesco...

C'est une des grande difficultés de l'enseignement des mathématiques: quand on ne connaît pas une notion, elle semble inutile; quand on l'apprend, elle semble très difficile, et quand on la connaît, elle semble évidente...

5. Dynamique

Idée d'itération d'une fonction: suites définies par récurrence.
Le cas linéaire: une dimension, deux dimensions...
Le cas non linéaire: croissance démographique x-->ax(1-x) : ce qui se passe
Le cas non linéaire: z-->z^2+c; ensembles de Julia, ensemble de Mandelbrot, un peu d'histoire; voir le film de John Hubbard sur le web.

IFS (systèmes de fonctions itérées); retour sur les ensembles précédents.

6 Conclusion

La question n'est pas seulement, et même pas vraiment "à quoi ca sert", mais comment ça change notre vision du monde; c'est déjà le cas pour les nombres négatifs ou la dérivée.

On peut aller voir des tas de choses sur wikipedia (mais ce n'est pas le but du stage! On cherche à faire des choses par nous-mêmes).